

Zadania z Matematyki I dla studentów I – go roku studiów stacjonarnych (Ekonomia)

Zestaw 1

1. Sprawdzić, czy podane zbiory są przestrzeniami liniowymi:

- a) $A = \{w : w = ax^2 + bx + 1, a, b \in W\}$, b) $B = \{(x, y) : x < y\}$,
c) $C = \{x \in R^2 : 4x_1 - x_2 = 0\}$, d) $D = \{x \in R^2 : x_1 + 2x_2 - 3 = 1\}$.

2. Wyznaczyć iloczyny skalarne $\mathbf{x} \circ \mathbf{y}$, $\mathbf{x} \circ \mathbf{z}$, $\mathbf{x} \circ (\mathbf{y} + 2\mathbf{z})$ dla wektorów :

- a) $\mathbf{x} = (2, 1, -2, 3)$, $\mathbf{y} = (0, 3, 2, -2)$, $\mathbf{z} = (2, 0, 1, 0)$,
b) $\mathbf{x} = (1, 0, 1, 0, \dots, 0)$, $\mathbf{y} = (1, 2, 1, 2, \dots, 2)$, $\mathbf{z} = (1, 1, 1, \dots, 1) \in R^n$,
c) $\mathbf{x} = (1, 0, 1, 0, \dots, 1)$, $\mathbf{y} = (1, 2, 1, 2, \dots, 1)$, $\mathbf{z} = (1, 1, 1, \dots, 1) \in R^n$

3. Obliczyć normy wektorów:

- a) $\mathbf{x} = (1, -4, 2, 3)$, $\mathbf{y} = (0, -3, 1, 2)$, b) $\mathbf{x} = (1, -3, 1, \dots, -3)$, $\mathbf{y} = (1, 2, 3, \dots, n) \in R^n$,
c) $\mathbf{x} = (2, 2, 2, \dots, 2)$, $\mathbf{y} = (2, 3, 4, \dots, n+1) \in R^n$.

4. Wyznaczyć kąt między wektorami:

- a) $\mathbf{x} = (1, 0, 1)$, $\mathbf{y} = (0, 1, 1)$, b) $\mathbf{x} = (1, 2, 1, \dots, 2)$, $\mathbf{y} = (2, -1, 2, \dots, -1) \in R^n$.

5. Sprawdzić, czy funkcje spełniają własności *metryki*:

- a) $f(x, y) = |x_1 + y_1| + |x_2 - y_2|$, $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in R^2$, b) $f(x, y) = \max_i \{|x_i - y_i|\}$,
c) $f(x, y) = \left| \sum_{i=1}^4 (x_i + y_i) \right|$ dla $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in R^4$.

6. Obliczyć odległości między punktami \mathbf{x}, \mathbf{y} z zadania 4 a i b w metryce miejskiej, Czebyszewa oraz euklidesowej.

7*. Narysować kulę o środku $(0, 0)$ i promieniu 1 w metryce miejskiej oraz euklidesowej.