Zadania z Matematyki II dla studentów I – go roku studiów stacjonarnych (Ekonomia)

Zestaw 10

1. Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji $f(x, y, z) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{4}y^4 + \frac{1}{4}z^4 + \frac{1}{2}x^2 y$.

2. Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji:

a) $f(x, y) = (x+y)^2 - (x+5y+xy)$,

b) $f(x, y) = x^3 + 3x^2 y - 6xy - 15x - 3y^2 - 15y$.

c) $f(x, y) = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$,

d) $f(x, y) = 4xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

3. Metodą najmniejszych kwadratów dopasować funkcję liniową do następujących punktów:

a) (1, 10), (2, 9), (3, 8), (4, 8);

b) (2, 1), (4, 2), (6, 4), (8, 4), (10, 6).

4. W pewnej fabryce zbadano, jak kształtuje się średnia wydajność pracy robotników w zależności od czasu nieprzerwanej pracy. Otrzymano następujące dane (x_i – czas nieprzerwanej pracy w godzinach, y_i – wydajność pracy mierzona liczbą sztuk wyrobu na godzinę):

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	18	20	18	17	15	15	14	12	10	10

Wyznaczyć współczynniki a i b w równaniu $y = ax + b$, przebiegającej najbliżej podanych punktów.

5. W firmie produkującej x jednostek towaru A oraz y towaru B koszt i przychód opisane są funkcjami:

$$K(x, y) = 25x + 35y,$$

$$P(x, y) = 1{,}5x^2 - 3xy + 2{,}5y^2.$$

Określić poziom produkcji maksymalizujący zysk.

6. Firma produkująca wyroby elektrotechniczne planuje wprowadzenie na rynek dwóch nowych rodzajów suszarek do włosów, A i B. Ustalono, że przy cenie x za suszarkę A oraz y za suszarkę B ich zbyt w początkowym okresie będzie określony liczbami:

$45 - 0{,}8x + 0{,}4y$ sztuk suszarek A oraz

$60 + 0{,}7x - 0{,}5y$ sztuk suszarek B.

Jaką cenę zbytu powinna ustalić firma na nowe suszarki, aby zapewnić sobie maksymalny zysk z ich sprzedaży, jeżeli koszt produkcji suszarki A wynosi 0,12, a suszarki B – 0,27.

7. W trójkącie o wierzchołkach $A(0, 0)$, $B(6, 6)$, $C(10, 0)$ znajdź punkt, dla którego suma odległości od boków jest najmniejsza.