Zadania z Matematyki II dla studentów I – go roku studiów stacjonarnych (Ekonomia)

Zestaw 12

1. Stosując podstawowe wzory i reguły całkowania obliczyć następujące całki:

a) $\int (4x^3 - 3x^{-2} + \sqrt{x} + 4)dx$, b) $\int \frac{3x^4 + 4\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}{x} dx$, c) $\int \frac{4-x}{2+\sqrt{x}} dx$,

d) $\int \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{x^2} dx$, e) $\int \frac{\cos 2x}{\sin x + \cos x} dx$, f) $\int tg^2 x\, dx$.

2. Obliczyć całki stosując metodę podstawiania:

a) $\int \frac{dx}{5x+2}$, b) $\int 2^{3x+1} dx$, c) $\int \frac{3dx}{4-5x^2}$,

d) $\int 3x^2 \sqrt{x^3+4}\, dx$, e) $\int \frac{2x^3}{e^{x^4}} dx$, f) $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$,

g) $\int \sin^3 x \cdot \cos x\, dx$, h) $\int (e^x + 3)^5 e^x\, dx$, i) $\int \frac{1}{x(4\ln x + 2)} dx$.

3. Obliczyć całki metodą całkowania przez części:

a) $\int xe^x dx$, b) $\int x \ln x\, dx$, c) $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$,

d) $\int x \cdot \mathrm{arc\,ctg} x\, dx$, e) $\int e^x \cos x\, dx$, f) $\int x 4^x dx$,

g) $\int \ln^2 x\, dx$, h) $\int \arccos x\, dx$.

4. Wyznaczyć funkcję pierwotną funkcji $f(x) = \sin x \cdot e^{\cos x}$ wiedząc, że do jej wykresu należy punkt $\left(\frac{\pi}{2}, 4\right)$.

5. Dana jest funkcja krańcowych kosztów produkcji $K_k(x) = 0{,}5x^3 - 2x^2 + 6x - 3$. Obliczyć koszt całkowity wiedząc, że wartość kosztów stałych wynosi 1000.

6. Dana jest funkcja krańcowych kosztów produkcji $K_k(x) = 0{,}6x^2 + 4x + 1$.
Wyznaczyć funkcję kosztów przeciętnych wiedząc, że przy produkcji $x = 10$ całkowite koszty są równe 1000.