

Zestaw 14

1. Tworząc sumy całkowe i przechodząc do granicy obliczyć całki:

a)  $\int_1^3 (3x+2) dx,$

b)  $\int_0^2 2x^2 dx.$

2. Obliczyć całki:

a)  $\int_2^{2\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2+4},$

b)  $\int_0^3 \frac{dx}{3x^2-12},$

c)  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx,$

d)  $\int_0^1 x^2 \arctg x dx,$

e)  $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin 2x}{\cos^3 x} dx,$

f)  $\int_0^2 \frac{e^{2x} dx}{1+e^x}.$

3. Obliczyć pole obszaru ograniczonego wykresami funkcji:  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = \frac{1}{x}$  i  $h(x) = 4$ .

4. Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi  $y^2 = 4x$  i  $y = 2x^3$ .

5. Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi  $y^2 = x$  i  $8y = x^2$ .

6. Obliczyć pole obszaru ograniczonego łukami paraboli  $y^2 = 2x$  i okręgu  $x^2 + y^2 - 4x = 0$ .

7. W jakim stosunku parabola  $y^2 = 2x$  dzieli pole koła  $x^2 + y^2 = 8$ .

8. Oblicz objętość bryły powstałej przy obrocie wokół osi  $OX$  figury ograniczonej liniami  $xy = 4$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ ,  $x = 0$ .

9. Obszar ograniczony krzywymi  $y^2 = x$  i  $y^2 = 2x - 4$  wiruje wokół osi  $OX$ . Obliczyć jego objętość.

10. Oblicz pole powierzchni bryły powstałej przez obrót wokół osi  $OX$  figury ograniczonej krzywą  $y = \frac{x^3}{3}$  od  $x = -2$  do  $x = 2$ .