

Zestaw 15

1. Obliczyć całki:

a) $\int_0^{+\infty} \frac{\arctg 3x}{1+9x^2} dx,$

b) $\int_0^{+\infty} \frac{7x^2 - 8}{(x^2 + 16)(x^2 + 1)} dx,$

c) $\int_1^{+\infty} \frac{\arctg x}{4x^2} dx,$

d) $\int_0^1 \frac{\ln x}{3x} dx,$

e) $\int_{-1}^0 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx,$

f) $\int_4^6 \frac{dx}{\sqrt{x-4}}.$

2. Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywą $y = \ln x$ i prostymi $x=0$, $y=0$.

3. Obliczyć pole obszaru zawartego między krzywą $y = e^{-3x}$, osiami układu współrzędnych dla $x > 0$.

4. Narysować funkcję $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ i obliczyć pola obszaru:

a) ograniczonego wykresem funkcji w przedziale $[0,2]$,

b) ograniczonego wykresem funkcji w przedziale $[2,+\infty)$.

5. Obliczyć objętość bryły powstałej przez obrót krzywej $y = xe^{-0,5x}$ dokoła jej asymptoty w przedziale $(0, +\infty)$.

6. Zbadać zbieżność całek:

a) $\int_0^1 \frac{dx}{x\sqrt{x}},$

b) $\int_2^3 \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} dx,$

c) $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx.$