Zadania z Matematyki I dla studentów I – go roku studiów stacjonarnych (Ekonomia)

Zestaw 2

1. Napisać równanie parametryczne i kierunkowe prostej przechodzącej przez:
   a) punkt $x^0 = (2,0,2,\dots,0)$ i mającej kierunek $a = (1,2,3,\dots,n)$,
   b) punkty $x^1 = (-2,1,0,3)$ i $x^2 = (2,-1,3,0)$,
   c) punkt $x^1 = (2,2,2,\dots,2)$ i prostopadłej do płaszczyzny $\sum_{i=1}^{n} 2 \cdot x_i = 0$,
   d) środek sfery $\sum_{i=1}^{5} (x_i + i)^2 = 1$ i prostopadłej do wektora $a = (1,2,3,0,1)$.

2. Zapisać równania odcinków będących bokami trójkąta o wierzchołkach $x^1 = (1,0,-1,3)$, $x^2 = (-2,1,1,0)$, $x^3 = (2,1,3,-1)$.

3. Napisać równanie płaszczyzny:
   a) przechodzącej przez punkty $x^1 = (1,1,0)$, $x^2 = (4,-1,-1)$, $x^3 = (3,-2,1)$,
   b) do której należy punkt $x^0 = (3,4,0)$ i prosta $\frac{x_1 - 2}{2} = \frac{x_2 - 3}{2} = \frac{x_3 + 1}{4}$,
   c) przechodzącej przez punkt $x^1 = (1,2,3,\dots,n)$ i równoległej do płaszczyzny $\sum_{i=1}^{n} x_i = 0$,
   d) środek sfery $\sum_{i=1}^{n} (x_i - i)^2 = 1$ i prostopadłej do wektora $a = (1,2,3,\dots,n)$.

4. Napisać równanie sfery:
   a) o środku w $x^0 = (0,1,-2,3,-3)$ i promieniu $r = 4$
   b) o środku $x^0 = (2,4,6)$, do której należy punkt $x^1 = (4,6,7)$,
   c) której średnicą jest odcinek o końcach $x^1 = (1,2,3,\dots,n)$, $x^2 = (3,4,5,\dots,n+2)$.

5. Znajdź rzut prostokątny punktu $x^0 = (1,2,3,4)$ na hiperpłaszczyznę $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 30$.

6. Znajdź rzut prostokątny punktu $x^0 = (2,4,2)$ na prostą $p = \{x \in R^3 : x_1 = t,\ x_2 = 1 + 2t,\ x_3 = 3t,\ t \in R\}$
.

7. Wyznaczyć $A \cap B$, $A \cap C$ oraz $A \cap D$ jeżeli: $A = \left\{x \in R^3 : \frac{x_1 - 1}{2} = x_2 - 2 = \frac{3 - x_3}{2}\right\}$,
   $B = \{x \in R^3 : x_1 + x_2 - x_3 = 10\}$, $C = \left\{x \in R^3 : \sum_{i=1}^{3} (x_i - i)^2 = 4\right\}$, $D = \left\{x \in R^3 : \sum_{i=1}^{3} (x_i - i)^2 \le 9\right\}$.

8. Wyznacz część wspólną zbiorów $W = \{x \in R^3 : x_1 + 2x_2 - x_3 \ge 3 \text{ i } 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 \le 10\}$ oraz $p = \{x \in R^3 : x_1 = 3t,\ x_2 = 1 - t,\ x_3 = 3,\ t \in R\}$.