

Zadania z Matematyki I dla studentów I – go roku studiów stacjonarnych (Ekonomia)

Zestaw 3

1. Obliczyć odległość punktu x^0 od hiperpłaszczyzny H dla:

a) $x^0 = (-2, 3, 0, 1)$, $H = \{x \in R^4 : -2x_2 + x_3 + 3x_4 = 6\}$,

b) $x^0 = (1, -2, -1, 4, 1)$, $H = \{x \in R^5 : x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 0\}$,

c) $x^0 = (3, 4, 5, \dots, n+2)$, $H = \left\{x \in R^n : \sum_{i=1}^n x_i = 0\right\}$.

2. Obliczyć odległość punktu x^0 od prostej P dla:

a) $x^0 = (-1, 1, 2, 0)$, $P = \left\{x \in R^4 : 5 - x_1 = x_2 - 2 = \frac{x_3 - 1}{-2} = \frac{x_4}{2}\right\}$,

b) $x^0 = (3, -2, 3, \dots, -2)$ i $P = \{x \in R^n : x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_n = t, t \in R\}$.

3. Obliczyć odległość punktu x^0 od zbioru S dla:

a) $x^0 = (2, 2, 2, \dots, 2)$, $S = \left\{x \in R^n : \sum_{i=1}^n x_i^2 \leq \frac{1}{4}\right\}$,

b) $x^0 = (1, 1, 1, \dots, 1)$, $S = \left\{x \in R^n : \sum_{i=1}^n (x_i - 2i)^2 \leq n\right\}$.

4. Obliczyć odległość między płaszczyznami:

a) $C = \{x \in R^3 : 2x + 4y - 2z = 14\}$ i $D = \{x \in R^3 : x + 2y - 2z = 1\}$,

a) $H_1 = \{x \in R^n : \sum_{i=1}^n x_i = n\}$ i $H_2 = \{x \in R^n : \sum_{i=1}^n 2x_i = 4n\}$,

5. Obliczyć odległość między zbiorami:

a) $A = \left\{x \in R^4 : \sum_{i=1}^4 ix_i = 10\right\}$ i $B = \left\{x \in R^4 : \sum_{i=1}^4 (x_i + 2i)^2 = 1\right\}$,

b) $K = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}$ i $E = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 8y - 8z + 44 \leq 0\}$,

c) $C = \{(x, y, z) : (x+2)^2 + y^2 + (z-1)^2 \leq 4\}$ i $D = \{(x, y, z) : (x+2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9\}$,

d) $S = \{x \in R^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 \leq 0\}$ i $T = \{x \in R^3 : x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 4\}$.

6. W zbiorze płaszczyzn równoległych do płaszczyzny H znajdź te, które są styczne do sfery S dla

$H = \{x \in R^3 : x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 9\}$ i $S = \{x \in R^3 : (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2 + x_3^2 = 9\}$.

7. Znajdź równania hiperpłaszczyzn równoległych do hiperpłaszczyzny $H = \{x \in R^n : \sum_{i=1}^n 2x_i = 2\sqrt{n}\}$ i takich, że ich odległość od danej jest równa 1.