

Zestaw 3

Granice i ciągłość funkcji

1. Ustal dziedzinę funkcji i wyznacz granice na końcach przedziałów określoności:

a) $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$. b) $g(x) = \frac{2 \ln x + 2}{\ln x - 1}$. c) $h(x) = \ln \frac{2x+2}{x-1}$. d) $r(x) = \frac{x}{\arctg x - \frac{\pi}{4}}$.

2. Oblicz granice funkcji w podanym punkcie:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\operatorname{tg} x}$. b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{x^2}$. c) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x - a}{\arcsin(x - a)}$.
 d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(1+4x)}{x}$. e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin x}$. f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\log_3(1+2x)}$.
 g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{2 \operatorname{tg} x}$. h) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4^x - 4}{x - 1}$. i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^x - 1}{\sin 3x}$.
 j) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^{(x-3)^2} - 1}{(x-3)^2}$. k) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^{2(x-3)} - 1}{x - 3}$.

2. Oblicz granice:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+6}{3x+1} \right)^x$, b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{x+4}{x+1} \right)^{x+3}$, c) $\lim_{x \rightarrow \infty} x[\log_2(x+4) - \log_2 x]$,

3. Zbadaj ciągłość funkcji:

a) $f(x) = \begin{cases} x - e + 1, & \text{dla } x \leq e \\ \ln x, & \text{dla } x \in (e, e^2] \\ x^2 - e^2 x + 1, & \text{dla } x > e^2 \end{cases}$. b) $g(x) = \begin{cases} \frac{\log_2(1+x)}{2x}, & \text{dla } x \in (-1, 0) \\ \log_2 \sqrt{e}, & \text{dla } x = 0 \\ \frac{1}{2} \log(x+e), & \text{dla } x \in (0, +\infty) \end{cases}$.

c) $h(x) = \begin{cases} \frac{2^{x-1} - 1}{2x - 2}, & \text{dla } x \neq 1 \\ \ln \sqrt{2}, & \text{dla } x = 1 \end{cases}$.

4. Ustal liczbę pierwiastków równania $2x^3 - 6x^2 + 2 = 0$ i oblicz je z dokładnością do 0,1.

5. Oszacuj pierwiastek równania $2^{-x+2} - \log_2 x = 1$ kolejnymi liczbami całkowitymi.