

Zadania z matematyki dla studentów I – go roku studiów zaocznych
na kierunku ekonomia

Zestaw 3

1. Wyznaczyć rzędy macierzy:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 7 & 4 \end{bmatrix}.$$

2. Rozwiązać następujące układy równań wykorzystując operacje elementarne:

$$\text{a) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 9 \\ 2x_2 + 11x_3 = 13 \end{cases}, \quad \text{b) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 5 \\ 2x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + 3x_2 = 6 \end{cases}, \quad \text{c) } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases}.$$

3. Wyznaczyć przeciwobrazy podanych punktów w przekształceniach liniowych określonych macierzami:

$$\text{a) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}, \mathbf{y} = (4, 2), \quad \text{b) } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \mathbf{y} = (4, 2), \quad \text{c) } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & 4 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{y} = (4, 2).$$

4. Rozwiązać jednorodny układ równań opisane macierzami:

$$\text{a) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad \text{c) } \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad \text{d) } \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

5. Wyznaczyć wszystkie rozwiązania bazowe układów równań:

$$\text{a) } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 6 \end{cases}, \quad \text{b) } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases}, \quad \text{c) } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ x_2 + 4x_3 = 5 \end{cases}.$$

6. W skład posiłku mają wchodzić m.in. dwa składniki, zawierające witaminę A i B. Zawartość (w miligramach) każdej z witamin w jednym gramie każdego składnika podaje tabela:

	Składnik I	Składnik II	Wymagana ilość
Witamina A	0,03	0,06	50
Witamina B	0,1	0,03	70

Ile gramów każdego ze składników musi zawierać posiłek, jeśli wymagana ilość obu witamin określana jest liczbami podanymi w tabeli?

7. Za pomocą wzorów Cramera rozwiązać układy równań:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}, \quad \text{b) } \begin{cases} x + y + z - 6t = -1 \\ 2x - y - 2z - t = 1 \\ -x + 2y + z - t = -8 \end{cases}, \quad \text{c) } \begin{cases} \frac{3}{x+y} - \frac{4}{2x+y} = 0 \\ \frac{9}{x+y} + \frac{8}{2x+y} = 5 \end{cases}$$

8. Zbadać ilość rozwiązań układu równań liniowych w zależności od parametru:

$$\text{a) } \begin{cases} a^2x + y = a \\ x + y = 1 \end{cases}, \quad \text{b) } \begin{cases} ax + 4y = a \\ 4x + ay = 4 \end{cases}, \quad \text{c) } \begin{cases} x + y - z = 2 \\ x + 2y + z = 4 \\ 2ax + 3y = a \end{cases}.$$

9. Dla jakich wartości parametru a przeciwobraz punktu $\mathbf{b} = (4, 2, 1)$ w przekształceniu określonym macierzą

$$\begin{bmatrix} a & 2 & 3 \\ 1 & 3 & a \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ jest zbiorem pustym?}$$