

Zadania z Matematyki I dla studentów I-go roku studiów stacjonarnych (Ekonomia)

Zestaw 4

1. Dane są macierze:  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0,5 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ . Obliczyć:

- a)  $\mathbf{A} + 2\mathbf{B}$ ,                      b)  $\mathbf{A}^T - \mathbf{C} \circ \mathbf{B}$ ,                      c)  $\mathbf{C}^T \circ \mathbf{A}$ ,                      d)  $(2\mathbf{D} + \mathbf{A}) \circ \mathbf{C}^T$ ,  
 e)  $\mathbf{C} \circ \mathbf{D} \circ \mathbf{A}^T$ ,                      f)  $(\mathbf{A} \circ \mathbf{C})^T$ ,                      g)  $2\mathbf{C} \circ \mathbf{D}^T$ ,                      h)  $\mathbf{B} \circ (\mathbf{C}^T + 0,5\mathbf{D})$ .

2. Obliczyć  $\mathbf{A}^T + 3\mathbf{B}$  dla macierzy:  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 & -3 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = [b_{ij}]_{3 \times 4}$ ,  $b_{ij} = \begin{cases} 3i + 2j & \text{dla } i > j \\ i - j & \text{dla } i = j \\ i \cdot j & \text{dla } i < j \end{cases}$ .

3. Dla danej macierzy  $\mathbf{A}$  obliczyć  $\mathbf{W}$ :

- a)  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{W} = \mathbf{A}^2 - \mathbf{A} - 6\mathbf{I}$ ,                      b)  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{W} = \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}$ .

4. Rozwiązać równania:

- a)  $5\mathbf{A} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = 3\mathbf{A} - \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$ ,                      b)  $(2\mathbf{X})^T + \left[ \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \right]^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ,

c)  $[1 \ 2 \ -3] \circ [-1 \ 0 \ 3]^T + 10\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}^T \circ \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix}$ .

5. Znajdź obrazy punktów  $\mathbf{x}^1 = (0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{x}^2 = (0, 2, 3)$ ,  $\mathbf{x}^3 = (3, 1, 1)$  w przekształceniu liniowym zadanym macierzą  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 6 \end{bmatrix}$ .

6. Sprawdzić  $(\mathbf{A} \circ \mathbf{B})^T = \mathbf{B}^T \circ \mathbf{A}^T$  dla macierzy:  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & -3 & 4 \\ -4 & 3 & -3 & 2 \end{bmatrix}$ .

7. Fabryka o dwóch oddziałach produkuje 3 typy łodzi: jedno-, dwu- i trzyosobowe. Wskaźniki czasu pracy i wynagrodzeń przy produkcji tych łodzi dane są przez następujące macierze:

Czas pracy w godzinach:

|            | cięcie | łączenie | wykończenie |                  |
|------------|--------|----------|-------------|------------------|
| łódź 1-os. | 0,6    | 0,6      | 0,2         | = $\mathbf{M}$ , |
| łódź 2-os. | 1,0    | 0,9      | 0,3         |                  |
| łódź 3-os. | 1,5    | 1,2      | 0,4         |                  |

Wynagrodzenie (w zł. na godzinę):

|             | oddział I | oddział II |                |
|-------------|-----------|------------|----------------|
| cięcie      | 6         | 7          | = $\mathbf{N}$ |
| łączenie    | 8         | 10         |                |
| wykończenie | 3         | 4          |                |

- a) znaleźć koszt produkcji łodzi jednoosobowej wyprodukowanej na oddziale I,  
 b) znaleźć koszt produkcji łodzi trzyosobowej wyprodukowanej na oddziale II,  
 c) znaleźć i zinterpretować iloczyn macierzy  $\mathbf{M} \circ \mathbf{N}$ .