

**Pochodna funkcji**

Na podstawie definicji pochodnej wyprowadź wzór pochodnej funkcji:

1.  $f(x) = \cos 2x$ ,  $g(x) = \log_a x$ ,  $h(x) = x^2 e^x$ .

2. Ustal wzór pochodnej funkcji:  $f(x) = |x-2|x^3$ ,  $g(x) = |x| \cdot e^x$ .

Dobierz wartości parametrów  $a$  i  $b$  tak, aby funkcja

3.  $f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx^2 + 1 & \text{dla } x < 1 \\ 2ax^2 + bx & \text{dla } x \geq 1 \end{cases}$ ,  $g(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b, & \text{dla } x < 1 \\ \arctg x, & \text{dla } x \geq 1 \end{cases}$ .

była różniczkowalna dla każdego  $x \in R$ .

4. Oblicz pochodne funkcji:

a)  $y = \sqrt{x^2 - a^2}$ . b)  $y = \ln \sqrt{x^2 - a^2}$ . c)  $y = e^{\sqrt{x^2 - a^2}}$ . d)  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .

e)  $y = e^{\frac{x+1}{x-1}}$ . f)  $y = \ln \frac{x+1}{x-1}$ . g)  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ . h)  $y = \ln \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ .

i)  $y = xe^{3x}$ . j)  $y = (x+1)\ln(x+1)$ . k)  $y = (1+x^2)\arctg x$  l)  $y = \frac{\arctg x}{1+x^2}$ .

m)  $y = x^{\cos x}$ . n)  $y = (\ln x)^x$ .

Napisz równania stycznej do wykresu funkcji w podanym punkcie:

5. a)  $f(x) = \sqrt{e^x + x}$  w  $x_0 = 0$ . b)  $f(x) = \sin^4 x$  w  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ .

Napisz równanie siecznej wykresu funkcji  $f(x) = \sqrt{x-2}$  łączącej punkty o odciętych

6.  $x_1 = 2$  i  $x_2 = 6$ . Napisz równanie stycznej do wykresu funkcji, równoległej do tej siecznej.

Znajdź funkcję kosztów krańcowych oraz funkcję kosztów przeciętnych wiedząc, że funkcja

7. kosztów całkowitych produkcji wyraża się wzorem

$$K(x) = 0,01x^3 + 15x + 200.$$

8. Wyznacz pochodne drugiego rzędu funkcji:

a)  $y = e^{x^2}$  b)  $y = (x+1)\ln(x+1)$ . c)  $y = \ln \frac{x+1}{x-1}$ . d)  $y = (1+x^2)\arctg x$