

Zestaw 5

Zastosowanie pochodnej funkcji w zagadnieniach aproksymacyjnych

1. Wykorzystując różniczkę pierwszego rzędu, oblicz przybliżoną wartość funkcji

a) $f(x) = \sqrt[4]{x}$ dla $x = 15,9$. b) $g(x) = \sin x$ dla $x = \frac{31}{180}\pi$.

2. Ustal wzór pochodnej n -tego rzędu funkcji:

a) $f(x) = x^m$, $m \in N$. b) $g(x) = \cos x$. c) $h(x) = \frac{1}{x+1}$.

3. Rozwiń w szereg Maclaurina funkcje

a) $f(x) = \cos x$. b) $g(x) = \ln(x+1)$.

4. Oblicz za pomocą wielomianu czwartego stopnia wartość $\sqrt{2}$ wykorzystując szereg Maclaurina funkcji $f(x) = \sqrt{x+1}$. Jaka jest dokładność obliczeń

($\sqrt{2} = 1,414213562\dots$)?

5. Zastosuj wzór ustalony w zad. 5 i oblicz $\sqrt{2}$ korzystając z równości

$$\sqrt{2} = \frac{1}{6} \sqrt{72} = \frac{4}{3} \sqrt{1 + \frac{1}{8}}.$$

W wolnej chwili wykonaj te same obliczenia wiedząc, że

$$\sqrt{2} = \frac{1}{5} \sqrt{50} = \frac{7}{5} \sqrt{1 + \frac{1}{49}}.$$

Porównaj otrzymane wyniki.

6. Znajdź wielomiany stopnia piątego aproksymujący funkcję $f(x) = (x+1)\sin x$ w otoczeniu $x = 0$.

7. Rozwiń w szereg Taylora funkcję $f(x) = e^x$ w otoczeniu $x_0 = 1$, dla $n = 4$ i oblicz $e^{1,5}$.

8. Rozwiń w szereg Taylora funkcję $f(x) = \arctg x$ w otoczeniu $x_0 = 1$, dla $n = 3$ i oblicz $\arctg \frac{11}{10}$.