

Zadania z Matematyki I dla studentów I – go roku studiów stacjonarnych (Ekonomia)

Zestaw 8

1. Rozwiązać za pomocą wzorów Cramera układy równań:

$$a) \begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}, b) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = -2 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 3 \\ x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = -1 \end{cases}, c) \begin{cases} x + y + z - 6t = -1 \\ 2x - y - 2z - t = 1 \\ -x + 2y + z - t = -8 \end{cases}, d) \begin{cases} \frac{3}{x+y} - \frac{4}{2x+y} = 0 \\ \frac{9}{x+y} + \frac{8}{2x+y} = 5 \end{cases}$$

2. Wyznaczyć rzędy macierzy (za pomocą minorów):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 7 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 5 & 3 \\ -2 & 2 & 3 & -4 \end{bmatrix}$$

3. Zbadaj ilość rozwiązań układu równań liniowych w zależności od parametru:

$$a) \begin{cases} a^2x + y = a \\ x + y = 1 \end{cases}, \quad b) \begin{cases} ax + 4y = a \\ 4x + ay = 4 \end{cases}, \quad c) \begin{cases} kx + y + z = k \\ x + ky + z = k \\ x + y + kz = k \end{cases}, \quad d) \begin{cases} x + y - z = 2 \\ x + 2y + z = 4 \\ 2ax + 3y = a \end{cases}$$

4. Dla jakich wartości parametru a przeciwobraz punktu $\mathbf{b} = (4, 2, 1)$ w przekształceniu określonym

macierzą $\begin{bmatrix} a & 2 & 3 \\ 1 & 3 & a \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ jest zbiorem pustym?

5. Zakład wytwarza wyroby W_1, W_2, W_3 zużywając w procesie produkcji surowce S_1, S_2, S_3 . Zużycie surowców S_i przypadające na jednostkę wyrobu W_j oraz istniejące zapasy poszczególnych surowców przedstawia tabela:

	W_1	W_2	W_3	Zapasy
S_1	1	1	2	40
S_2	2	3	5	30
S_3	3	4	7	m

Przy jakim poziomie S_3 będzie możliwe podjęcie decyzji o ilości produkcji każdego z wyrobów przy założeniu konieczności wyczerpania zasobów surowcowych?

6. W skład posiłku mają wchodzić m.in. dwa składniki, zawierające witaminę A i B. Zawartość (w miligramach) każdej z witamin w jednym gramie każdego składnika podaje tabela:

	Składnik I	Składnik II	Wymagana ilość
Witamina A	0,03	0,06	50
Witamina B	0,1	0,03	70

Ile gramów każdego ze składników musi zawierać posiłek, jeśli wymagana ilość obu witamin określana jest liczbami podanymi w tabeli?