Zadania z Matematyki II dla studentów I – go roku studiów stacjonarnych (Ekonomia)

Zestaw 8

1. Wyznaczyć obszar określoności funkcji:

a) $f(x,y)=\mathrm{ctg}(y-x)$, b) $f(x,y)=\sqrt{9-x^2-y^2}$, c) $f(x,y)=\dfrac{\sqrt{y-x}}{\ln x}$,

d) $f(x,y)=\arcsin(y-x)$, e) $f(x,y)=\sqrt{x^2-y^2}+\sqrt{y}$, f) $f(x,y)=\sqrt{e^{y-x^2-1}}$.

2. Wyznaczyć granice funkcji dwóch zmiennych:

a) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{3x^3+2y^3}{x^2+y^2}$; b) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{2x^2-2y^2}{xy}$; c) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{2-\sqrt{4-xy}}{xy}$.

3. Obliczyć pochodne cząstkowe pierwszego rzędu funkcji:

a) $f(x,y)=2x^3+3x^2y-5xy^3+y^4$; b) $f(x,y)=\dfrac{x^3-y^3}{xy}$;

c) $f(x,y,z)=x^y-z^x$; d) $f(x,y)=\ln\left(x^2+\sin xy\right)$;

e) $f(x,y,z)=x^{yz}$; f) $f(x,y)=\sqrt{x^2+xy}$.

4. Obliczyć gradient funkcji w podanym punkcie:

a) $f(x,y)=e^{3x^2+y^2}$, $x^1=(1,1)$, $x^2=(-1,-1)$;

b) $f(x,y)=\ln\left(x+\ln y\right)$, $x^1=(0,e)$, $x^2=(1,1)$;

c) $f(x,y,z)=\sqrt{x^3+3y+2z^2}$, (1,2,3).

5. Wyznaczyć pochodną funkcji:

a) $f(x,y)=\sin x\cos y$ w punkcie (0, π) w kierunku wektora $a=\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

b) $f(x,y)=arctg\dfrac{1-xy}{x+y}$ w punkcie $(1,0)$ w kierunku $a=(2,2)$.

6. Wyznaczyć różniczkę zupełną funkcji $f(x,y)=\sin^2 x\cdot\cos^2 y$ w punkcie $\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{3}\right)$.

7. Wyznaczyć kierunek maksymalnego wzrostu funkcji $f(x,y)=\sin(x-3y)$ w punkcie $x^0=\left(\pi,\dfrac{\pi}{6}\right)$.