

**Zestaw 2**

1. Rozwiąż równania i nierówności:

a)  $\begin{vmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x^2 \\ x & 1 \end{vmatrix}$ ,      b)  $\begin{vmatrix} x^3 & 8 \\ x & 2 \end{vmatrix} = 0$ ,      c)  $\begin{vmatrix} x^2 & 6 \\ 2x & 4 \end{vmatrix} \leq 0$ .

6. Rozwiąż równania:

a)  $\begin{vmatrix} x & 0 & 0 \\ x & x-1 & 1 \\ 2 & 3 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & x & 7 \\ 0 & 0 & x-1 \end{vmatrix}$ ,      b)  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & x^2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x^3 & 5 & 7 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ ,       $\begin{vmatrix} x+1 & x & 2x-1 \\ 1 & x & 1 \\ 2 & x & x \end{vmatrix} = 0$ .

2. Ustalić dla jakich wartości  $x$   $\det(5\mathbf{A}^T \circ \mathbf{B}^{-1}) \geq 0$ , dla

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x-1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 3x-3 & x+5 & x+2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 7 & 6 & 4 \\ 2x+3 & 2x+3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Wiedząc, że  $\det \mathbf{A} = 4$  i  $\det \mathbf{B} = 2$  oraz  $\det(6\mathbf{A} \circ \mathbf{B}^{-1}) = 2592$ , ustal stopień macierzy  $\mathbf{A}$  i  $\mathbf{B}$ .

4. Dane są macierze trzeciego stopnia, których wyznaczniki wynoszą:  $\det \mathbf{A} = -2$ ,  $\det \mathbf{B} = 4$ . Ile wynosi wyznacznik:

a)  $\det(2\mathbf{A} \circ \mathbf{B}^T)$ ,      b)  $\det(\mathbf{A}^T \circ 4\mathbf{B}^{-1})$ ?

5. Stosując rozwinięcie Laplace'a oblicz wyznaczniki macierzy:

a)  $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ ,      b)  $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 3 \\ 4 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ ,      c)  $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 3 \\ -2 & 4 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ .

6. Obliczyć  $\det(4\mathbf{A}^T \circ \mathbf{B}^{-1})$  dla macierzy:  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$  i  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ .

7. Metodą wyznacznikową znajdź macierze odwrotne do macierzy:

a)  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,      b)  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{bmatrix}$ .

8. Dla jakiej wartości  $k$  macierz  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2k+1 & k+2 & 2 & 5 \\ 2k+2 & 2k+2 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & k & k \\ k & 1 & 1 & 1+\log k \end{bmatrix}$  jest nieosobliwa?

9. Rozwiązać równania:

a)  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5-x^2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5-x^2 \end{vmatrix} = 0$ ,      b)  $\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-x \end{vmatrix} = 0$ .

10. Wyznaczyć rzędy macierzy (za pomocą minorów):

$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ ,       $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ ,       $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 7 & 4 \end{bmatrix}$ ,       $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 5 & 3 \\ -2 & 2 & 3 & -4 \end{bmatrix}$ .