

Zadania z Matematyki I dla studentów I – go roku studiów stacjonarnych
na kierunku Ekonomia
Zestaw 4

1. Dane są macierze: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$. Obliczyć:

- a) $\mathbf{A} + 2\mathbf{B}$, b) $\mathbf{A}^T - \mathbf{C} \circ \mathbf{B}$, c) $\mathbf{C}^T \circ \mathbf{A}$, d) $(2\mathbf{D} + \mathbf{A}) \circ \mathbf{C}^T$,
e) $\mathbf{C} \circ \mathbf{D} \circ \mathbf{A}^T$, f) $(\mathbf{A} \circ \mathbf{C})^T$, g) $2\mathbf{C} \circ \mathbf{D}^T$, h) $\mathbf{B} \circ (\mathbf{C}^T + 0,5\mathbf{D})$.

2. Obliczyć $\mathbf{A}^T + 3\mathbf{B}$ dla macierzy: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 5 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = [b_{ij}]_{3 \times 4}$, $b_{ij} = \begin{cases} i + 2j & \text{dla } i > j \\ 3i - j & \text{dla } i = j \\ i \cdot j & \text{dla } i < j \end{cases}$.

3. Dla danej macierzy \mathbf{A} obliczyć \mathbf{W} :

- a) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{W} = \mathbf{A}^2 - \mathbf{A} - 2\mathbf{I}$, b) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$, $\mathbf{W} = \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}$.

4. Rozwiązać równania:

- a) $2\mathbf{A} - 3 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = 3\mathbf{A} - \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$, b) $(2\mathbf{X})^T + \left[\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \right]^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$,
c) $[1 \ 2 \ -3] \circ [-1 \ 0 \ 3]^T + 10\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}^T \circ \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix}$.

5. Znajdź obrazy punktów $\mathbf{x}^1 = (0, 0, 0)$, $\mathbf{x}^2 = (0, 2, 3)$, $\mathbf{x}^3 = (3, 1, 1)$ w przekształceniu liniowym zadanym macierzą $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 4 & -3 & 5 \end{bmatrix}$.

6. Sprawdzić $(\mathbf{A} \circ \mathbf{B})^T = \mathbf{B}^T \circ \mathbf{A}^T$ dla macierzy: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & -3 & 2 \\ -1 & 3 & -3 & 2 \end{bmatrix}$.

7. Fabryka o dwóch oddziałach produkuje 3 typy łodzi: jedno-, dwu- i trzyosobowe. Wskaźniki czasu pracy i wynagrodzeń przy produkcji tych łodzi dane są przez następujące macierze:

Czas pracy w godzinach:

$$\begin{array}{l} \text{cięcie} \quad \text{łączenie} \quad \text{wykończenie} \\ \text{łódź 1 - os.} \left[\begin{array}{ccc} 0,6 & 0,6 & 0,2 \\ 1,0 & 0,9 & 0,3 \\ 1,5 & 1,2 & 0,4 \end{array} \right] = \mathbf{M}, \end{array}$$

Wynagrodzenie (w zł. na godzinę):

$$\begin{array}{l} \text{oddział I} \quad \text{oddział II} \\ \text{cięcie} \quad \left[\begin{array}{cc} 6 & 7 \\ 8 & 10 \\ 3 & 4 \end{array} \right] = \mathbf{N} \\ \text{łączenie} \\ \text{wykończenie} \end{array}$$

- a) znaleźć koszt produkcji łodzi jednoosobowej wyprodukowanej na oddziale I,
b) znaleźć koszt produkcji łodzi trzyosobowej wyprodukowanej na oddziale II,
c) znaleźć i zinterpretować iloczyn macierzy $\mathbf{M} \circ \mathbf{N}$.